

RAPPELS : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$

EXERCICE 3A.1 Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -5e^x =$	b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} -5e^x =$
c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5 + e^x =$	d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 + e^x =$
e. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - e^x =$	f. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} =$
g. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3}{e^x} =$	h. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{7} =$
i. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{2}{3}e^x =$	j. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{e^x} =$

EXERCICE 3A.2 Déterminer les limites suivantes, en écrivant chaque fonction f sous la forme $v \circ u$:

a.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x+3}$	$f(x) = v \circ u(x)$	$u(x) =$	$v(x) =$
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) =$			
	donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x+3} = \lim_{u(x) \rightarrow \dots} =$			
b.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}}$	$f(x) = v \circ u(x)$	$u(x) =$	$v(x) =$
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) =$			
	donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}} = \lim_{u(x) \rightarrow \dots} =$			
c.	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x-3}$	$f(x) = v \circ u(x)$	$u(x) =$	$v(x) =$
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} u(x) =$			
	donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x-3} = \lim_{u(x) \rightarrow \dots} =$			
d.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}$	$f(x) = v \circ u(x)$	$u(x) =$	$v(x) =$
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) =$			
	donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = \lim_{u(x) \rightarrow \dots} =$			

EXERCICE 3A.3

1. Déterminer les limites des fonctions suivantes en $+\infty$:

a. $f(x) = 2e^x - 3$ b. $f(x) = x^2 e^x$ c. $f(x) = (e^x - 2)(e^x + 1)$ d. $f(x) = (3 - e^x)(e^x + 1)$

2. Déterminer les limites des fonctions suivantes en $+\infty$:

a. $f(x) = \frac{e^x}{x^3}$ b. $f(x) = e^x - 4x$ c. $f(x) = x - e^x$ d. $f(x) = \frac{2e^x - 1}{e^x + 3}$

3. Déterminer les limites des fonctions suivantes en $-\infty$:

a. $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$ b. $f(x) = x^3 e^x$ c. $f(x) = (x+2)e^x$ d. $f(x) = (4-3x)e^x$

4. Déterminer les limites suivantes : (penser à factoriser par e^{-x})

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} + x$ b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} - x^2$ c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} - x^2$ d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 + 3}$

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier

EXERCICE 3A.1

Déterminer les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -5e^x = 0$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} -5e^x = -\infty$

c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5 + e^x = 5$

d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 + e^x = +\infty$

e. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - e^x = 2$

f. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$

g. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3}{e^x} = -\infty$

h. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{7} = +\infty$

i. $\lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{2}{3}e^x = 0$

j. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{e^x} = 0$

EXERCICE 3A.2

Déterminer les limites suivantes, en écrivant chaque fonction f sous la forme $v \circ u$:

a.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x+3}$	$f(x) = v \circ u(x)$	$u(x) = 2x+3$	$v(x) = e^x$
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = +\infty$			
	donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x+3} = \lim_{u(x) \rightarrow +\infty} e^{u(x)} = +\infty$			
b.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}}$	$f(x) = v \circ u(x)$	$u(x) = \frac{1}{x}$	$v(x) = e^x$
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = 0^+$			
	donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}} = \lim_{u(x) \rightarrow 0^+} e^{u(x)} = 1$			
c.	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x-3}$	$f(x) = v \circ u(x)$	$u(x) = x-3$	$v(x) = e^x$
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} u(x) = -\infty$			
	donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x-3} = \lim_{u(x) \rightarrow -\infty} e^{u(x)} = 0$			
d.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}$	$f(x) = v \circ u(x)$	$u(x) = -x$	$v(x) = e^x$
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = -\infty$			
	donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = \lim_{u(x) \rightarrow -\infty} e^{u(x)} = 0$			

EXERCICE 3A.3

1. Déterminer les limites des fonctions suivantes en $+\infty$:

a. $f(x) = 2e^x - 3$

b. $f(x) = x^2 e^x$

c. $f(x) = (e^x - 2)(e^x + 1)$

d. $f(x) = (3 - e^x)(e^x + 1)$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2e^x = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - 2 = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 - e^x = -\infty$

et $\lim_{x \rightarrow +\infty} -3 = -3$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x + 1 = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x + 1 = +\infty$

Par somme :

Par produit :

Par produit :

Par produit :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

2. Déterminer les limites des fonctions suivantes en $+\infty$: **4 Formes indéterminées**

a. $f(x) = \frac{e^x}{x^3}$	b. $f(x) = e^x - 4x$	c. $f(x) = x - e^x$	d. $f(x) = \frac{2e^x - 1}{e^x + 3}$
F.I. : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$	$f(x) = e^x \left(1 - \frac{4x}{e^x}\right)$	$f(x) = e^x \left(\frac{x}{e^x} - 1\right)$	$f(x) = \frac{e^x \left(2 - \frac{1}{e^x}\right)}{e^x \left(1 + \frac{3}{e^x}\right)}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$	$f(x) = \frac{2 - \frac{1}{e^x}}{1 + \frac{3}{e^x}}$
	F.I. : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$	F.I. : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{e^x} = 0$
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 - \frac{4x}{e^x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} - 1 = -1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 - \frac{1}{e^x} = 2$
	Par produit :	Par produit :	Par quotient :
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$

3. Déterminer les limites des fonctions suivantes en $-\infty$:

a. $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$	b. $f(x) = x^3 e^x$	c. $f(x) = (x+2)e^x$	d. $f(x) = (4-3x)e^x$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x+2 = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} 4-3x = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$
Par quotient :	F.I. : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$	F.I. : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$	F.I. : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

4. Déterminer les limites suivantes : (penser à factoriser par e^{-x})

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} + x$	b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} - x^2$	c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} - x^2$	d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 + 3}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$	$= \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} (1 - x^2 e^x)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} \times \frac{1}{\left(1 + \frac{3}{x^2}\right)}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} -x^2 = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{3}{x^2} = 1$
Par somme :	F.I. : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$	Par somme :	F.I. : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - x^2 e^x = 1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = +\infty$
	Par produit :		Par produit :
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$		$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$