

FACTORISATION

Total: 30 pts

machine et formulaire autorisés

4 pts

Problème n° 1

Mettre en évidence les facteurs communs des polynômes suivants :

$$2 \quad a) \quad 45a^4b^2 - 36a^5b^3 + 9a^3b^2 = 9a^3b^2(5a - 4a^2b + 1)$$

$$2 \quad b) \quad 3x(x-4)^2(x+5) + 3(x-4)(x+5)^2 = 3(x-4)(x+5)(x(x-4) + (x+5)) \\ = 3(x-4)(x+5)(x^2 - 4x + x + 5) \\ = 3(x-4)(x+5)(x^2 - 3x + 5)$$

non factorisable car $\Delta = 9 - 4 \cdot 15 = -21 < 0$

11 pts

Problème n° 2

Factoriser au maximum les polynômes suivants :

$$3 \quad a) \quad (2x-5)^2 - (x-3)^2 = \frac{A^2 - B^2}{(2x-5)^2 - (x-3)^2} = \frac{(A+B)(A-B)}{[(2x-5)+(x-3)] \cdot [(2x-5)-(x-3)]} \\ = (2x-5+x-3)(2x-5-x+3) \\ = (3x-8)(x-2)$$

$$3 \quad b) \quad (x^4+x^3) - (8x^2+8) = x^3(x+1) - 8(x+1) = (x+1)(x^3-8) = (x+1)(x-2)(x^2+2x+4) \\ \frac{A^3 - B^3}{(A-B)(A^2+AB+B^2)} \\ \text{non factorisable car } \Delta = 2^2 - 4 \cdot 4 = -12 < 0$$

$$2 \quad c) \quad 5a^3 - 30a^2b + 60ab^2 - 40b^3 = 5(a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3) \\ = 5(a-2b)^3$$

$$3 \quad d) \quad 2000x^2 - 100x - 1200 = 100(20x^2 - x - 12) = 100 \cdot 20(x - \frac{4}{5})(x + \frac{3}{4}) \\ = 100(5x-4)(4x+3)$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 20 \cdot (-12)$$

$$= 961 = 31^2$$

$$x_1, x_2 = \frac{1 \pm 31}{40} = \begin{cases} \frac{32}{40} = \frac{4}{5} \\ -\frac{30}{40} = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

6p Problème n° 3

Pour chacun des polynômes suivants, compléter l'expression manquante à gauche puis donner la forme factorisée à droite de l'égalité.

Par exemple : $9x^2 + 12x + \dots = \dots$ donne $9x^2 + 12x + \boxed{4} = \boxed{(3x + 2)^2}$

2 a) $\dots 1 \dots + 8y + 16y^2 = \dots (1 + 4y)^2 \dots$

2 b) $25z^2 + \dots 20xz \dots + 4x^2 = \dots (5z + 2x)^2 \dots$

2 c) $a^2b^2 - 12abc + \dots 36c^2 \dots = \dots (ab - 6c)^2 \dots$

9p Problème n° 4

Résoudre les équations suivantes par factorisation et donner leur ensemble de solutions :

4 a) $(x^3 - 15x^2 + 26x)(x+5)^3 = 0$
 $x(x^2 - 15x + 26)(x+5)^3 = 0$
 $x(x-13)(x-2)(x+5)^3 = 0$
 $\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0 & 13 & 2 & -5 \end{array}$

$$S = \{-5; 0; 2; 13\}$$

5 b) $x^3 - 9x = 4(x-3) \quad | - 4(x-3)$

$$(x^3 - 9x) - 4(x-3) = 0$$

$$x(x^2 - 9) - 4(x-3) = 0$$

$$x(x+3)(x-3) - 4(x-3) = 0$$

$$(x-3)(x(x+3) - 4) = 0$$

$$(x-3)(x^2 + 3x - 4) = 0$$

$$(x-3)(x+4)(x-1) = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & -4 & 1 \end{array}$$

$$S = \{-4; 1; 3\}$$

FACTORISATION

Total:

30 pts

machine et formulaire autorisés

4 pts Problème n° 1

Mettre en évidence les facteurs communs des polynômes suivants :

2 a) $42x^4y^2 - 36x^5y^3 + 6x^3y^2 = 6x^3y^2 (7x - 6x^2y + 1)$

2 b) $5(a-3)(a+2)^2 + 5a(a-3)^2(a+2) = 5(a-3)(a+2)(a+2 + a(a-3))$
 $= 5(a-3)(a+2)(a+2 + a^2 - 3a)$
 $= 5(a-3)(a+2)(a^2 - 2a + 2)$
 non factorisable car $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -4 < 0$

11 pts Problème n° 2

Factoriser au maximum les polynômes suivants :

3 a) $3000x^2 - 100x - 2000 = 100 \left(\frac{30x^2 - x - 20}{1} \right) = 100 \cdot 30 \left(x + \frac{4}{5} \right) \left(x - \frac{5}{6} \right)$
 $= 100 (5x+4)(6x-5)$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 30 \cdot (-20) = 2401 = 49^2$$

$$x_1; x_2 = \frac{1 \pm 49}{60} = \begin{cases} \frac{50}{60} = \frac{5}{6} \\ -\frac{48}{60} = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

2 b) $4x^3 - 24x^2y + 48xy^2 - 32y^3 = 4(x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3) = 4(x-2y)^3$
 $A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 = (A-B)^3$

3 c) $(x^4 + x^3) - (27x + 27) = x^3(x+1) - 27(x+1) = (x+1)(x^3 - 27) = (x+1)(x-3)(x^2 + 3x + 9)$
 non factorisable
 car $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = -27 < 0$

3 d) $(3x-2)^2 - (x-1)^2 = [(3x-2) + (x-1)][(3x-2) - (x-1)]$
 $= (3x-2+x-1)(3x-2-x+1)$
 $= (4x-3)(2x-1)$

6pts Problème n° 3

Pour chacun des polynômes suivants, compléter l'expression manquante à gauche puis donner la forme factorisée à droite de l'égalité.

Par exemple : $9x^2 + 12x + \dots = \dots$ donne $9x^2 + 12x + \boxed{4} = \boxed{(3x + 2)^2}$

2 a) $\dots + 10y + 25y^2 = \dots (1 + 5y)^2$

2 b) $16z^2 + \dots + 9x^2 = \dots (4z + 3x)^2$

2 c) $a^2b^2 - 8abc + \dots = \dots (ab - 4c)^2$

9pts Problème n° 4

Résoudre les équations suivantes **par factorisation** et donner leur **ensemble de solutions** :

4 a) $(x^3 + 11x^2 - 26x)(x+5)^3 = 0$
 $x(x^2 + 11x - 26)(x+5)^3 = 0$
 $x(x+13)(x-2)(x+5)^3 = 0$
 $\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0 & -13 & 2 & -5 \end{array}$

$$S = \{-13; -5; 0; 2\}$$

5 b) $x^3 - 25x = 6(x-5) \quad | -6(x-5)$

$$(x^3 - 25x) - 6(x-5) = 0$$

$$x(x^2 - 25) - 6(x-5) = 0$$

$$x(x+5)(x-5) - 6(x-5) = 0$$

$$(x-5)(x(x+5) - 6) = 0$$

$$(x-5)(x^2 + 5x - 6) = 0$$

$$(x-5)(x+6)(x-1) = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 5 & -6 & 1 \end{array}$$

$$S = \{-6; 1; 5\}$$