

Exercice 1. (4 points)

Déterminer algébriquement la fonction affine f telle que $f(-3) = 7$ et $f(2) = -8$.
On cherche $f(x) = mx + h$. Il existe deux méthodes possibles.

1. Système d'équations

$$f(-3) = 7 \Rightarrow 7 = m \cdot (-3) + h \text{ et } f(2) = -8 \Rightarrow -8 = m \cdot 2 + h$$

On obtient un système d'équations que l'on peut résoudre par combinaisons linéaires.

$$\begin{cases} -3m + h = 7 \\ 2m + h = -8 \end{cases} \cdot (-1) \Leftrightarrow \begin{cases} -3m + h = 7 \\ -2m - h = 8 \end{cases}$$

On additionne les deux équations

$$\begin{array}{r} -3m + h = 7 \\ \boxed{+} \quad -2m - h = 8 \\ \hline -5m = 15 \end{array}$$

On a donc $-5m = 15 \Leftrightarrow m = -3$. Pour trouver h , on remplace m par exemple dans la première équation :

$$-3 \cdot (-3) + h = 7 \Leftrightarrow 9 + h = 7 \Leftrightarrow h = -2$$

On a donc $f(x) = -3x - 2$.

2. Formule pour la pente

On calcule la pente à l'aide de la formule avec $A(-3; 7)$ et $B(2; -8)$ et on obtient

$$m = \frac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1} = \frac{-8 - 7}{2 - (-3)} = \frac{-15}{5} = -3$$

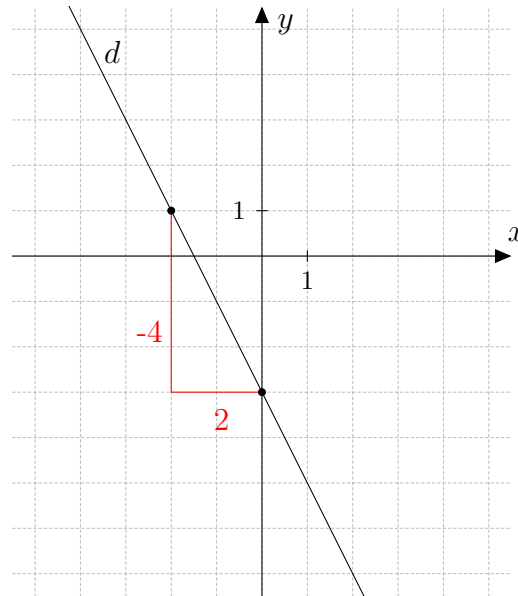
On a donc $y = -3x + h$. Pour trouver h , on remplace x et y par les coordonnées d'un des points, par exemple $A(-3; 7)$:

$$y = -3x + h \Leftrightarrow 7 = -3 \cdot (-3) + h \Leftrightarrow 7 = 9 + h \Leftrightarrow h = -2$$

La fonction est donc donnée par $f(x) = -3x - 2$.

Exercice 2. (5 points)

Soit d une droite dont le graphe est donné ci-dessous.



a) Déterminer la pente de la droite et son ordonnée à l'origine.

La pente est égale à $m = -\frac{4}{2} = -2$ et l'ordonnée à l'origine est égale à $h = -3$.

b) Déterminer l'expression de la fonction affine associée à cette droite.

On a $f(x) = -2x - 3$.

c) En vous basant sur le graphique, compléter les coordonnées manquantes pour que les points suivants appartiennent à la droite.

i) $A(1; \dots)$

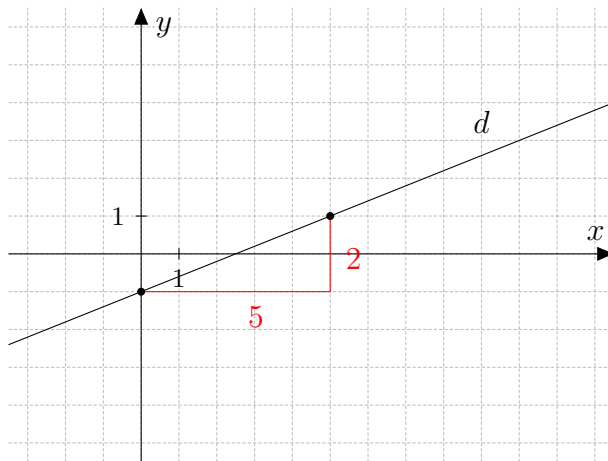
ii) $B(\dots; 3)$

On a $A(1; -5)$ et $B(-3; 3)$.

Exercice 3. (7 points)

Soit f la fonction affine donnée par $f(x) = \frac{2}{5}x - 1$ et d la droite associée à f .

a) Représenter graphiquement la droite d .



b) Déterminer si le point $\left(3; \frac{1}{4}\right)$ appartient à la droite d . Justifier votre réponse par un calcul.

On vérifie si le point $\left(3; \frac{1}{4}\right)$ satisfait l'équation $y = \frac{2}{5}x - 1$:

$$\frac{1}{4} \stackrel{?}{=} \frac{2}{5} \cdot 3 - 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{4} \stackrel{?}{=} \frac{6}{5} - \frac{5}{5} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{4} \stackrel{?}{=} \frac{1}{5} \quad \text{NON}$$

Le point ne fait donc pas partie de la droite.

c) Déterminer algébriquement le zéro de la fonction f .

Pour trouver le zéro de la fonction, il faut résoudre $f(x) = 0$.

$$\begin{array}{l|l} \frac{2}{5}x - 1 = 0 & | +1 \\ \frac{2}{5}x = 1 & | \cdot 5 \\ 2x = 5 & | :2 \\ x = \frac{5}{2} & \\ S = \left\{ \frac{5}{2} \right\} & \end{array}$$

Le zéro de la fonction est donc égal à $\frac{5}{2}$.

d) Déterminer l'équation de la droite parallèle à d qui passe par le point $A(2; 2)$.

On cherche $y = mx + h$. Comme la droite est parallèle à d , les deux droites ont la même

pende qui est égale à $m = \frac{2}{5}$. On a donc $y = \frac{2}{5}x + h$. De plus, elle passe par le point $A(2; 2)$, donc on a

$$2 = \frac{2}{5} \cdot 2 + h \quad \Leftrightarrow \quad \frac{4}{5} + h = 2 \quad \Leftrightarrow \quad h = 2 - \frac{4}{5} = \frac{10}{5} - \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$$

L'équation de la droite d est alors donnée par $y = \frac{2}{5}x + \frac{6}{5}$.

Exercice 4. (9 points)

Sarah aimerait prendre un abonnement pour son téléphone portable.

- Orcom propose un abonnement à CHF 15.- par mois avec SMS illimités et les appels à CHF 0,40 par minute.
 - Swissrise propose un abonnement à CHF 28.- par mois avec SMS illimités et les appels à CHF 0,30 par minute.
- a) Exprimer le prix $O(x)$ (en CHF) facturé par Orcom et le prix $S(x)$ (en CHF) facturé par Swissrise en fonction du nombre de minutes x de communication par mois.

(1) Chez Orcom : $O(x) = 0,4x + 15$

(2) Chez Swissrise : $S(x) = 0,3x + 28$

Si vous n'arrivez pas à répondre à la question a), utilisez les fonctions $O(x) = 0,15x + 23$ et $S(x) = 0,25x + 10$ pour la suite de l'exercice.

- b) Paul a reçu une facture d'Orcom de CHF 47.- pour le mois de mars. Combien de minutes a-t-il téléphoné durant ce mois ?

On cherche le nombre de minutes x tel que $O(x) = 47$. On a

$$O(x) = 47 \quad \Leftrightarrow \quad 0,4x + 15 = 47 \quad \Leftrightarrow \quad 0,4x = 32 \quad \Leftrightarrow \quad x = 80$$

Paul a donc téléphoné pendant 80 minutes durant le mois de mars.

Si vous n'avez pas réussi à répondre à la question a) :

$$O(x) = 47 \quad \Leftrightarrow \quad 0,15x + 23 = 47 \quad \Leftrightarrow \quad 0,15x = 24 \quad \Leftrightarrow \quad x = 160$$

Paul a donc téléphoné pendant 160 minutes durant le mois de mars.

- c) Après combien de minutes de communication paie-t-on exactement la même facture à la fin du mois que l'on soit chez Orcom ou chez Swissrise ? Quel est ce prix ?

On doit résoudre le système d'équations

$$\begin{cases} y = 0,4x + 15 \\ y = 0,3x + 28 \end{cases}$$

Par substitution, on obtient

$$0,4x + 15 = 0,3x + 28 \Leftrightarrow 0,1x = 13 \Leftrightarrow x = 130$$

On remplace dans la première équation et on obtient $y = 0,4 \cdot 130 + 15 = 67$. Ainsi, on paie exactement la même somme si on téléphone pendant 130 minutes et la facture s'élève à CHF 67.-.

Si vous n'avez pas réussi à répondre à la question a) :
On doit résoudre le système d'équations

$$\begin{cases} y = 0,15x + 23 \\ y = 0,25x + 10 \end{cases}$$

Par substitution, on obtient

$$0,15x + 23 = 0,25x + 10 \Leftrightarrow 13 = 0,10x \Leftrightarrow x = 130$$

On remplace dans la première équation et on obtient $y = 0,15 \cdot 130 + 23 = 42,5$. Ainsi, on paie exactement la même somme si on téléphone pendant 130 minutes et la facture s'élève à CHF 42.50.

- d) Si Sarah utilise son téléphone en moyenne 3 heures par mois, chez qui devrait-elle prendre son abonnement ?

Première méthode : Par le point c), on sait que l'on paie la même somme si on utilise son téléphone pendant 130 minutes. Si $x < 130$, il est plus avantageux d'être chez Orcom. Si $x > 130$, il est plus avantageux d'être chez Swissrise. Sarah utilise son téléphone en moyenne 3 heures, donc 180 minutes. Elle devrait donc plutôt aller chez Swissrise.

Deuxième méthode : Elle téléphone en moyenne 3 heures, donc 180 minutes. On calcule le prix chez Orcom $O(180) = 0,4 \cdot 180 + 15 = 87$ et chez Swissrise $S(180) = 0,3 \cdot 180 + 28 = 82$. Ainsi, elle devrait plutôt aller chez Swissrise, où elle économiserait CHF 5.- par mois.

Si vous n'avez pas réussi à répondre à la question a) :

Cette fois, on a $O(180) = 0,15 \cdot 180 + 23 = 50$ et $S(180) = 0,25 \cdot 180 + 10 = 55$. Sarah devrait donc prendre son abonnement chez Orcom, où elle économiserait CHF 5.- par mois.