

Pré-test 4 - Polynômes et produits remarquables

Solutions

Question 1 (3 points)

Complétez les formules suivantes :

a) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

b) $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

c) $(A + B)(A^2 - AB + B^2) = A^3 + B^3$

Question 2 (5 points)

Les affirmations suivantes sont-elle vraies ou fausses ? Colorier la réponse juste.

a) $x + 2x$ est un monôme

 Vrai

 Faux

b) $\frac{1}{4}x^2$ et $2x^2$ et $x \cdot x$ sont des monômes semblables

 Vrai

 Faux

c) $x^2 + 2x$ est un polynôme réduit

 Vrai

 Faux

d) $\frac{1}{2}$ et $\sqrt{2}$ sont des monômes semblables

 Vrai

 Faux

e) $3x + 3xy + \frac{1}{2}xy$ est un polynôme réduit

 Vrai

 Faux

Question 3 (5 points)

Effectuer et réduire les expressions polynomiales suivantes :

1. $(x - 2) - 3(5x - 2) = x - 2 - 15x + 6 = -14x + 4$

2. $x(x - 2y + x) - 2(-2x)^2 = x(2x - 2y) - 2(4x^2) = 2x^2 - 2xy - 8x^2 = -6x^2 - 2xy$

3. $3xy^3 - y(xy^2) = 3xy^3 - xy^3 = 2xy^3$

4. $3ab \cdot (2a^2b^3 + 6a^3b^2) = 6a^3b^4 + 18a^4b^3$

5. $2x - x(5 - 2x) = 2x - 5x + 2x^2 = 2x^2 - 3x$

Question 4 (5 points)

Effectuer et réduire les expressions polynomiales suivantes :

1. $(3x + 2xy)^2 = 9x^2 + 12x^2y + 4x^2y^2$

2. $(xy - 2z)^3 = x^3y^3 - 6x^2y^2z + 12xyz^2 - 8z^3$

3. $(xy^3 - z^3)(xy^3 + z^3) = x^2y^6 - z^6$
4. $(3x^2 + 2x)(3x^2 + 2x) = 9x^4 + 12x^3 + 4x^2$
5. $(x - 5)(x^2 + 5x + 25) = x^3 - 125$

Question 5 (8 points)

Résoudre les problèmes suivants :

1. Lorsque l'on diminue de 1 cm le côté d'un carré, son aire diminue de 51 cm². Quelle est la longueur initiale d'un côté de ce carré?

Soit x la longueur du côté du carré initial, le carré diminué aura un côté de $x - 1$ et les aires des deux carrés seront respectivement de x^2 et $(x - 1)^2$. La différence entre les deux aires sera donc donnée par :

$$\begin{aligned} x^2 - (x - 1)^2 &= 51 \\ \Leftrightarrow x^2 - (x^2 - 2x + 1) &= 51 \\ \Leftrightarrow x^2 - x^2 + 2x - 1 &= 51 \\ \Leftrightarrow 2x &= 52 \\ \Leftrightarrow x &= 26 \end{aligned}$$

2. Soit trois nombres entiers positifs $n - 1$, n et $n + 1$. Que vaut n si la somme des carrés de ces nombres vaut 434?

On somme le carré des trois nombres :

$$\begin{aligned} (n - 1)^2 + n^2 + (n + 1)^2 &= 434 \\ \Leftrightarrow n^2 - 2n + 1 + n^2 + n^2 + 2n + 1 &= 434 \\ \Leftrightarrow 3n^2 + 2 &= 434 \\ \Leftrightarrow 3n^2 &= 432 \\ \Leftrightarrow n^2 &= 144 \\ \Leftrightarrow n &= 12 \end{aligned}$$

Question 6 (4 points)

Effectuer et réduire les expressions suivantes (toutes les puissances doivent être positives) :

1. $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{25} \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$
2. $\left(\frac{4a^3}{3b^2}\right)^{-3} = \left[\left(\frac{4a^3}{3b^2}\right)^3\right]^{-1} = \left[\frac{64a^9}{27b^6}\right]^{-1} = \frac{27b^6}{64a^9}$
3. $5\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{15} = 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{3 \cdot 15} = 10 \cdot \sqrt{45} = 10 \cdot \sqrt{9 \cdot 5} = 10 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 10 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} = 30\sqrt{5}$
4. $(2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 1) = (2\sqrt{3})^2 - 1^2 = 4 \cdot 3 - 1 = 12 - 1 = 11$ (Produit remarquable)