

Correctif : Révisions sur les systèmes de deux équations à deux inconnues

Question1 :

Il faut mettre les équations sous la forme $y = mx+p$ (si ce n'est pas déjà le cas)

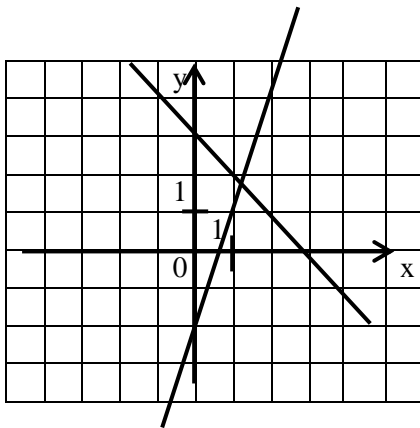
Faire un tableau de valeur par droite

Tracer les deux droites

Trouver le point d'intersection

Indiquer la solution

- a) $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = -x + 3 \end{cases}$ je trouve pour la première droite (par exemple) les points (0 ; -2) et (1 ; 1) et pour la seconde droite les points (0 ; 3) et (1 ; 2)



Comme la solution ne semble pas être un nombre entier, il vaut mieux résoudre le système de manière algébrique :

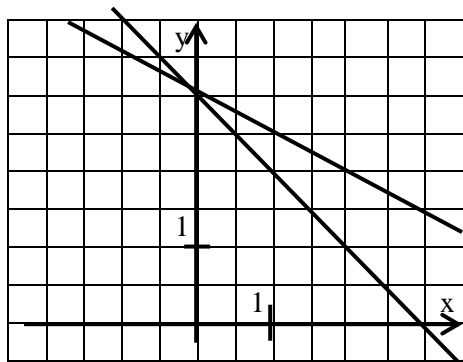
$$\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 3 = 3x - 2 \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 + 2 = 3x + x \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 = 4x \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = -\frac{5}{4} + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = -\frac{5}{4} + \frac{12}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{7}{4} \end{cases}$$

$$S = \{(1,25; 1,75)\}$$

- b) $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ y - 3 + x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 6 - x \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{x}{2} + 3 \\ y = -x + 3 \end{cases}$ je trouve pour la première droite (par exemple) les points (0 ; 3) et (2 ; 2) et pour la seconde droite les points (0 ; 3) et (3 ; 0)

Attention le repère a changé, (1=2 carrés)



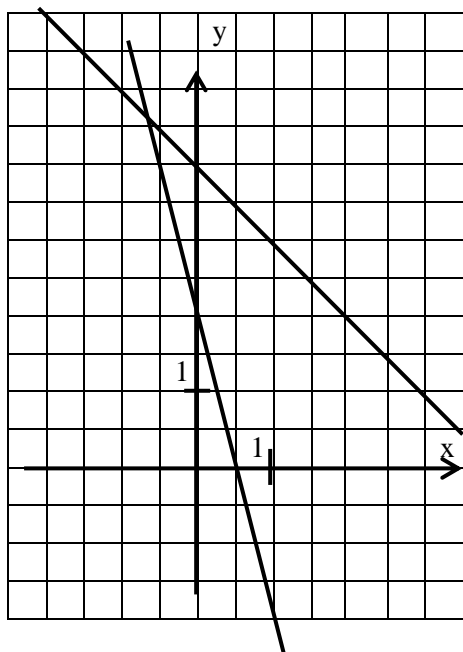
$$S = \{(0; 3)\}$$

$$c) \begin{cases} 2x + \frac{y}{2} - 1 = 0 \\ y - 4 = -x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{y}{2} = -2x + 1 \\ y = -x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4x + 2 \\ y = -x + 4 \end{cases}$$

je trouve pour la première droite (par exemple) les points (0 ;2) et (1 ; -2) et pour la seconde droite les points (0 ;4) et (1 ;3). A nouveau, les coordonnées des points ne semblent pas être des nombres entiers. Je résous donc le système :

$$\begin{cases} -x + 4 = -4x + 2 \\ y = -x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 4x = 2 - 4 \\ y = -x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -2 \\ y = -x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-2}{3} \\ y = -x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-2}{3} \\ y = -\frac{2}{3} + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} = 0,67 \\ y = \frac{2}{3} + \frac{12}{3} = \frac{14}{3} = 4,67 \end{cases} \quad S = \left\{ \left(-\frac{2}{3}; \frac{14}{3} \right) \right\}$$



Question 2:

Résous algébriquement les systèmes suivants :

$$a) \begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 3 = 3x - 2 \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 + 2 = 3x + x \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 = 4x \\ y = -x + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = -\frac{5}{4} + \frac{12}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{7}{4} \end{cases} \quad S = \left\{ \left(\frac{5}{4}; \frac{7}{4} \right) \right\}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y = 6 \\ -y + x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow - \begin{cases} x + 2y = 6 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 6 \\ (x - y = 3) * 2 \end{cases} \Leftrightarrow + \begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$$

$$\underline{\hspace{10em}} \quad 0x + 3y = 3 \Leftrightarrow y = 1 \quad \underline{\hspace{10em}} \quad 3x + 0y = 12 \Leftrightarrow x = 4$$

$$S = \{(4; 1)\}$$

$$c) + \begin{cases} 2y + 3x = 7 \\ 2y - 3x = 5 \end{cases} \quad - \begin{cases} 2y + 3x = 7 \\ 2y - 3x = 5 \end{cases}$$

$$\underline{\hspace{10em}} \quad 4y + 0x = 12 \Leftrightarrow y = 3 \quad \underline{\hspace{10em}} \quad 0y + 6x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \quad S = \left\{ \left(\frac{1}{3}; 3 \right) \right\}$$

Question 3:

1) Un système a une solution quand les droites sont sécantes ou perpendiculaires (un point d'intersection)

$$\text{Exemple : } \begin{cases} y = 2x \\ y = -3x + 4 \end{cases}$$

2) Un système n'a aucune solution quand les droites sont parallèles (et donc qu'elles ont le même coefficient angulaire), il n'y a pas de point d'intersection donc pas de solution.

$$\text{Exemple : } \begin{cases} y = -5x + \frac{8}{9} \\ y = -5x + 3 \end{cases}$$

3) Un système a une infinité de solutions quand les deux droites sont confondues, car il y a une infinité de points d'intersection.

$$\text{Exemple : } \begin{cases} y = 2x + 3 \\ 2y = 4x + 6 \end{cases}$$

Question 4:

A. x = le prix d'une rose y = prix d'une marguerite

La méthode de la combinaison est ici beaucoup plus simple que celle de la substitution...

$$\begin{cases} 2x + 5y = 7,50 \\ 3x + 4y = 8,10 \end{cases} \begin{array}{l} | * 3 \\ | * 2 \end{array} \Leftrightarrow - \begin{cases} 6x + 15y = 22,5 \\ 6x + 8y = 16,2 \end{cases}$$

$$0x + 7y = 6,3 \Leftrightarrow y = \frac{6,3}{7} = 0,9$$

$$\begin{cases} 2x + 5y = 7,50 \\ 3x + 4y = 8,10 \end{cases} \begin{array}{l} | * 4 \\ | * 5 \end{array} \Leftrightarrow - \begin{cases} 8x + 20y = 30 \\ 15x + 20y = 40,5 \end{cases}$$

$$-7x + 0x = 10,5 \Leftrightarrow y = \frac{10,5}{7} = 1,5$$

Une rose coûte 1,5€ et une marguerite 0,9€ (ou 90 cents)

Mon copain devra donc payer : 9,60 € (car $4 * 1,5 + 4 * 0,9 = 9,6$) pour son bouquet.

B. x = nombre de billets de 5€ y = nombre de billets de 20€

$$\begin{cases} x + y = 11 \\ 5x + 20y = 100 \end{cases} \begin{array}{l} | * 5 \\ | \end{array} \Leftrightarrow - \begin{cases} 5x + 5y = 55 \\ 5x + 20y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = 11 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 - 3 = 8 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$0x - 15y = -45 \Leftrightarrow y = \frac{-45}{-15} = 3$$

Il y a 8 billets de 5€ et 3 billets de 20€.