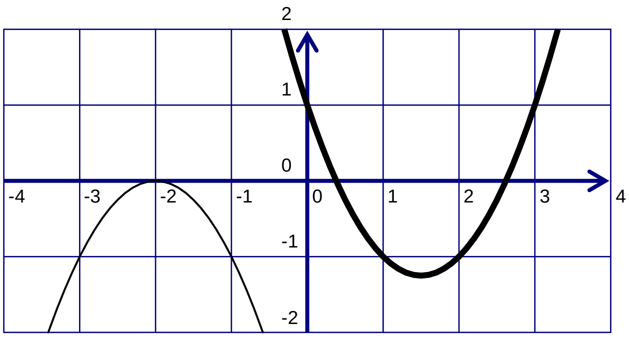
Fonctions du second degré : correctif

Théorie

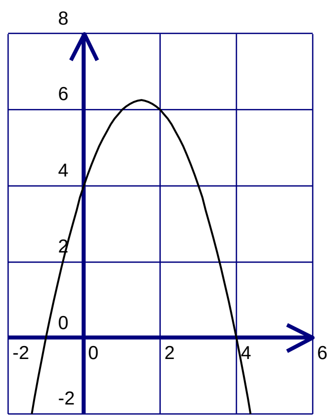
1. **x = - $\frac{b}{2a}$**
2. **Il faut a < 0, c = -3 et ρ < 0**
3. **Il faut a $\succ$ 0, c = 4 et ρ** = 0
4. **Concavité négative $\Rightarrow$ a $\prec$ 0**
   Axe de symétrie = Y $\Rightarrow$ b = 0
   Une seule racine $\Rightarrow$ ρ = 0
   Conséquence : c = 0
5. **x = $\frac{-b}{2a}$** **(cela correspond à l'axe de symétrie)**
6. L'**ordonnée du sommet de la parabole est : y =** $\frac{-\rho}{4a}$
7. **Il faut que b = 0**

Exercices

1. f est en gras, g étant l'autre



2. f(x) = -x² + 3x + 4
   a. **comme a = -1, concavité négative**
   b. **x = $\frac{-b}{2a} = \frac{3}{2}$**
   c. **sommet ($\frac{-b}{2a}$; $\frac{-\rho}{4a}$) = ($\frac{3}{2}$;$\frac{25}{4}$)**
   d. **ρ = 25, il y a deux racines : x = $\frac{-3 \pm 5}{-2}$ = -1 ou 4 et l'intersection avec Y est (0 ;4)**

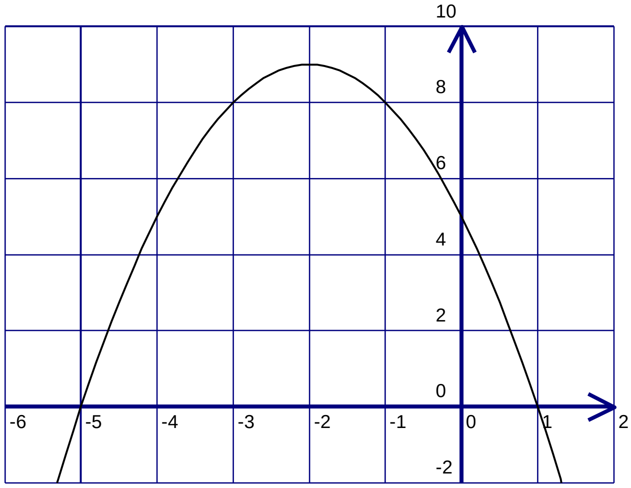


   e.
   f. **S =** $]-1;4[$

3. **$f(x) = -(x+3)^2$ par exemple ou $f(x) = -x^2 - 6x - 9$**

4. **$g(x) = (x-1)(x-3)$ pour qu'elle ait deux racines en 1 et 3**
   d'où $g(x) = (x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3$ mais alors l'intersection avec Y serait (0 ;3)
   pour que cette intersection devienne le point (0 ;-12),
   $g(x) = -4(x^2-4x+3) = -4x^2 + 16x - 12$

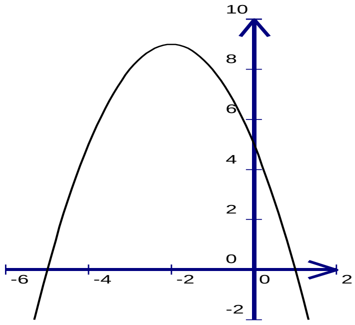
5. On donne la fonction $f(x) = -x^2 - 4x + 5$
   On demande de :
   a. rechercher la concavité **concavité négative car a = -1**
   b. trouver l'équation de l'axe de symétrie **x = -2**
   c. calculer la coordonnée du sommet **sommet (-2 ; 9)**
   d. rechercher les intersections avec les axes X et Y
      comme $\rho \succ 0$, il y a deux racines : x = 1 ou x = -5
      l'intersection avec l'axe Y est (0 ;5)
   e. faire le graphe de cette fonction **de façon très précise**



   f. d'en déduire les solutions de $-x^2 - 4x + 5 > 0$
      S = $\left]-5;1\right[$

6. Invente l'expression analytique de fonctions f et g du second degré si :
   1. f a une concavité positive et n'a aucune racine et passe par (0 ; 5) : **par exemple la fonction $f(x) = x^2 + x + 5$**
   2. g a deux racines en x = -4 et x = 2 et passe par le point (0 ; -2)
      $g(x) = (x+4)(x-2)$ pour qu'elle ait deux racines en -4 et 2. Alors $g(x) = x^2+2x-8$
      Pour qu'elle passe par (0 ;-2),
      $g(x) = \frac{1}{4}(x^2 + 2x - 8) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 2$

7. On donne la fonction $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Recherche :
   a) Sa concavité **$a \prec 0$ (parabole avec un maximum)**
   b) Son axe de symétrie **$x = \frac{-b}{2a} = -2$**
   c) La coordonnée de son sommet **sommet (-2 ; 9)**
   d) Les intersections éventuelles avec les axes **avec Y : (0,5)**
      Avec X : $\rho = 36$ d'où 2 racines : -5 ou 1
   e) Un graphique précis vérifiant les points précédents



f) Déduis-en les solutions de $-x^2-4x+5 \geq 0$ **S =** $[-5;1]$

g) Détermine **algébriquement** les intersections entre cette parabole et la droite d'équation $y = -2x + 5$

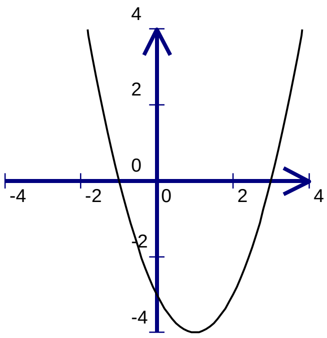
On résout le système formé par les deux équations

$-x^2-4x+5 = -2x+5 \Leftrightarrow -x^2-2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -2$

si $x = 0$, $y = 5$ si $x = -2$, $y = 9$

les 2 points d'intersection sont : (0,5) et (-2 ;9)

8. On donne la fonction $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Recherche :
   a) Sa concavité **$a \succ 0$ (parabole avec un minimum)**
   b) Son axe de symétrie $x = \frac{-b}{2a} = 1$
   c) La coordonnée de son sommet sommet (1 ;-4)
   d) Les intersections éventuelles avec les axes avec Y : (0,-3) Avec X : $\rho = 16$ d'où 2 racines : 3 ou -1
   e) Un graphique précis vérifiant les points précédents



   f) Déduis-en les solutions de $x^2-2x-3 \leq 0$ **S =** $[-1;3]$
   g) Détermine **algébriquement** les intersections entre cette parabole et la droite d'équation $y = x - 3$.

On résout le système formé par les deux équations

$x^2-2x-3 = x-3 \Leftrightarrow x^2-3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 3$

si $x = 0$, $y = -3$ si $x = 3$, $y = 0$

les 2 points d'intersection sont : (0,-3) et (3 ;0)

9. Pour la parabole dessinée, précise la valeur (ou le signe) de a, b, c et **delta .** Détermine ensuite l'expression analytique précise de cette fonction : $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$, delta >0

$$f(x) = (x+1)(x-2) = x^2 - x - 2$$

10. Pour la parabole dessinée, précise la valeur (ou le signe) de a, b, c et ρ**.** Détermine ensuite l'expression analytique précise de cette fonction $a \prec$ **0 , b $\succ$ 0, c $\prec$ 0 et ρ = 0**

$$\boldsymbol{f(x) = -(x-1)^2 = -x^2 + 2x - 1}$$