# Correctif : Equations du second degré

1. A) $3x^2 + 7x = 0$

$méthode\ 1 : x(3x + 7) = 0 \quad x = 0\ ou\ x = -\frac{7}{3} \qquad S = \left\{-\frac{7}{3}; 0\right\}$

$méthode\ 2 : P = 0 \quad et\ S = -\frac{7}{3} \qquad S = \left\{-\frac{7}{3}; 0\right\}$

B) $a^2 + 5a + 6 = 0$

$méthode\ 1 : P = 6 \quad et\ S = -5 \qquad S = \{-2; -3\}$

$méthode\ 2 : \Delta = 1 \quad a = \frac{-5 \pm 1}{2} = -2\ ou - 3 \quad x = 0\ ou\ x = -\frac{7}{3} \qquad S = \{-2; -3\}$

$C)$ $b^2 + 6b + 9 = 0$

$méthode\ 1 : (b + 3)^2 = 0 \qquad S = \{-3\}$

$méthode\ 2 : \Delta = 0 \quad a = \frac{-6}{2} = -3 \quad x = 0\ ou\ x = -\frac{7}{3} \qquad S = \{-3\}$

$D)$ $4p^2 = 9 \Leftrightarrow 4p^2 - 9 = 0$

$méthode\ 1 : (2p - 3)(2p + 3) = 0 \quad p = \frac{3}{2} \quad ou \quad p = -\frac{3}{2} \qquad S = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$

$méthode\ 2 : \Delta = 144 \quad a = \frac{0 \pm 12}{8} = \pm\frac{3}{2} \qquad S = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$

E) $3x^2 + 5 = 0$

$méthode\ 1 : 3x^2 = -5 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{5}{3} \quad équation\ impossible \qquad S = \{\ \}$

$méthode\ 2 : \Delta = -60 < 0 \quad pas\ de\ solution \quad S = \{\ \}$

F) $r^2 + 7a - 18 = 0$

$méthode\ 1 : P = -18 \quad et\ S = -7 \qquad S = \{-9; 2\}$

$méthode\ 2 : \Delta = 121 \quad a = \frac{-7 \pm 11}{2} = -9\ ou\ 2 \qquad S = \{-9; 2\}$

G) $8m^2 = 4m \Leftrightarrow 8m^2 - 4m = 0$

$méthode\ 1 : P = 0 \quad et\ S = 1/2 \qquad S = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$

$méthode\ 2 : 4m(2m - 1) = 0 \quad m = 0 \quad ou\ m = \frac{1}{2} \qquad S = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$

2. Par exemple :
   a. $(x - 2)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$
   b. $(x - 1)(x + 4) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$
   c. $x(x + 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x = 0$
   d. $(x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$
   e. $(x - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 = 0$
   f. $x^2 + 5 = 0 \quad ou \quad x^2 + x + 2 = 0\ ou \ldots\ldots$
   g. $(x + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = 0$

3.

a. $x^2-(\sqrt{2}+\sqrt{3})x+\sqrt{6}=0$ on sait que $x^2-Sx+P=0$ $ici\ S=\sqrt{2}+\sqrt{3}$ $P=\sqrt{6}$ $les\ solutions\ sont\ \sqrt{2}\ et\ \sqrt{3}$

b. $x^2-(2\sqrt{5}+4\sqrt{3})x+8\sqrt{15}=0$ on sait que $x^2-Sx+P=0$ $ici\ S=2\sqrt{5}+4\sqrt{3}$ $P=8\sqrt{15}$ $les\ solutions\ sont\ 2\sqrt{5}\ et\ 4\sqrt{3}$

4. A) il faut que le $\Delta=0$ $donc\ que\ 16-4m=0 \Leftrightarrow m=4$

B) l'équation devient alors $x^2+4x+4=0 \Leftrightarrow (x+2)^2=0 \Leftrightarrow x=-2$

5. Il faut que le $\Delta=0$ $donc\ que\ 36-4m=0 \Leftrightarrow m=9$

6. A) $\Delta=a^2+8a^2=9a^2$ $x=\frac{-a\pm 3a}{2}=a\ ou\ -2a$ $S=\{-2a;a\}$

$B)$ $\Delta=m^2+24m^2=25m^2$ $x=\frac{m\pm 5m}{2}=3m\ ou\ -2m$ $S=\{-2m;3m\}$

7. $(x-4)(x+2)=27 \Leftrightarrow x^2-2x-8-27=0 \Leftrightarrow x^2-2x-35=0$ $\Delta=144$ $x=\frac{2\pm 12}{2}=7\ ou -5$ (à $rejeter$). $x\ vaut\ 7\ cm\ Note\ :pour\ que\ cela\ ait\ un\ sens, il\ faut\ que\ x>4$

8. $\frac{x(x-2)}{2}=24 \Leftrightarrow x^2-2x-48=0$ $\Delta=4-4.(-48)=196$ $x=\frac{2\pm 14}{2}=8\ ou\ -6$ (à $rejeter$). x vaut 8 cm

9. $a)$ $\sqrt{x}=x-6 \Leftrightarrow x=(x-6)^2 \Leftrightarrow x^2-12x+36=x \Leftrightarrow x^2-13x+36=0$

$CE: x\geq 0$ $CS(=conditions\ de\ supplémentaires): x-6\geq 0$

$donc\ quand\ on\ réunit\ les\ 2\ condition\ \ x\geq 6$

$\Delta=25$ $x=\frac{13\pm 5}{2}=9\ ou\ 4$ (à $rejeter\ voir\ conditions$) $S=\{9\}$

b) $\sqrt{2x+1}=x+1 \Leftrightarrow 2x+1=(x+1)^2 \Leftrightarrow x^2+2x+1=2x+1 \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=0$

$CE: 2x+1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -\frac{1}{2}$ $CS: x+1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -1$

$donc\ quand\ on\ réunit\ les\ 2\ condition\ \ x\geq -\frac{1}{2}$ $S=\{0\}$

$c)$ $\sqrt{7-x}=x-1 \Leftrightarrow 7-x=(x-1)^2 \Leftrightarrow x^2-2x+1=7-x \Leftrightarrow x^2-x-6=0$

$CE: 7-x\geq 0 \Leftrightarrow 7\geq x \Leftrightarrow x\leq 7$ $CS: x-1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 1$ $x\in[1\ ,7]$

$P=-6$ $S=1$ $solutions -2\ et\ 3$ où $-2\ est$ à $rejeter\ voir\ conditions$ $S=\{3\}$

$d)$ $\sqrt{3x-8}=-x+4 \Leftrightarrow 3x-8=(-x+4)^2 \Leftrightarrow x^2-8x+16=3x-8 \Leftrightarrow x^2-11x+24=0$

$CE: 3x-8\geq 0 \Leftrightarrow x\geq \frac{8}{3}$ $CS: -x+4\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 4$ $x\in[8/3\ ,4]$

$P=24$ $S=11$ $solutions\ 3\ et\ 8$ où $8\ est$ à $rejeter\ voir\ conditions$ $S=\{3\}$

$e)\ \ 2\sqrt{x} = x \Leftrightarrow 4x = x^2 \Leftrightarrow 4x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x(4-x) = 0$
$CE: x \geq 0 \quad\ CS: idem$
$x = 0\ ou\ x = 4 \quad\ S = \{0;4\}$

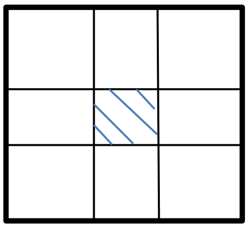
10. Le temps total (aller pour la descente de la pierre et retour du son) est de 4 secondes.

$t_1 + t_2 = 4$ or $d = 5{t_1}^2 \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{d}{5}}$ et

$d' = 340t_2 \Leftrightarrow t_2 = \frac{d'}{340} = \frac{d}{340}(car\ la\ distance\ est\ la\ même)$

$\sqrt{\frac{d}{5}} + \frac{d}{340} = 4 \Leftrightarrow \frac{d}{5} = \left(4 - \frac{d}{340}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{d}{5} = 16 - \frac{8d}{340} + \frac{d^2}{115\,600} \Leftrightarrow \frac{d^2}{115\,600} - \frac{76d}{340} + 16$
$= 0 \Leftrightarrow d^2 - 25840d + 1\,849\,600 = 0 \quad \Delta = 660.307.200 \quad d$
$= 25768{,}22\ m\ (à\ rejeter)\ \ ou\ 71{,}778\ m.\ \ La\ profondeur\ du\ puits\ est\ d'environ\ 72\ m.$

11.

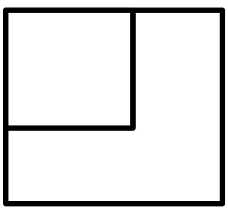


L'aire des allées vaut 15 m$^2$.
Aire = $8x + 8x - x^2(car\ le\ carré\ central\ a\ été\ compté\ 2\ fois,$ il faut donc le décompter une fois)
d'où $-x^2 + 16x = 15 \Leftrightarrow -x^2 + 16x - 15 = 0 \quad P = 15 \quad S = 16$
$2\ solutions\ 1\ et\ 15\ mais\ 15\ est\ à\ rejeter\ (car\ l'allée\ ne\ peut\ pas\ être\ plus\ grande\ que\ le\ jardin\ qui\ fait\ 8\ m.\ \ La\ largeur\ est\ de\ 1m.$

12. Soit v la vitesse du moins rapide. Alors v+4 est la vitesse du plus rapide. Si $t_1$ et $t_2$ sont les temps mis par l'un et l'autre : $t_1=t_2+1$, or $d = v.t \ \Leftrightarrow\ t = \frac{d}{v}\ \ donc \frac{195}{v} = \frac{195}{v+4} + 1 \ \Leftrightarrow$
$195(v+4) = 195v + v(v+4) \Leftrightarrow v^2 + 4v - 780 = 0 \quad v = 30\ \ ou \quad v = -26\ (à\ rejeter)$
La vitesse du plus lent est des 30km/h, l'autre a une vitesse de 34km/h.

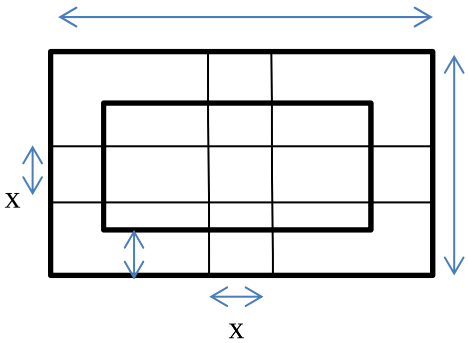
13. Par exemple
  a. $2(x-1)(x-4) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 10x + 8 = 0$
  b. $(x-2)(x-6) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0\ mais\ alors\ c = 12, donc\ on\ divise\ par\ 4$
  $\Rightarrow \frac{x^2}{4} - 2x + 3 = 0$
  c. $(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0\ mais\ alors\ b = -4, d'où - x^2 + 4x - 4 = 0$

14.



$(x+3)(x+2) = 56$
$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 50 = 0$
$\Delta = 225 \quad x = \dfrac{-5 \pm 15}{2} = 5\ ou - 10\ (à\ rejeter)$
Le carré initial a un côté de 5cm

15.




Appelons x la largeur de ces chemins. Les 4 morceaux blancs restants forment (en les recollant) un rectangle dont la longueur = 15-3x et dont la largeur = 10-3x
Aire totale de ces 4 morceaux : (15-3x)(10-3x)
Equation (15-3x)(10-3x)=104
$\Leftrightarrow 9x^2 - 75x + 46 = 0$ $\Delta = 3969$ $x = \frac{75 \pm 63}{18} =$

$7.66$ (à *rejeter car on ne peut retirer* $3.7.66$ *sur un seul côté*!) *ou* $\frac{2}{3} = 0.6666 \ldots m$

La largeur des allées est de 2/3 de mètre.