

Equations du second degré : Réflexion et fractions algébriques

Correctif

Question 1

Il suffit de prendre une expression qui ne peut jamais être égale à zéro :

Par exemple : $x^2 + 16$, en effet je ne peux pas factoriser cela car c'est une somme de deux carrés et non une différence de deux carrés. Attention il ne faut pas mettre $x^2 + 16 = 0$ sinon ce serait une équation et ici on te demande une expression algébrique.

Question 2

Il faut partir de cette formule : $x^2 - Sx + P = 0$

$$S = 5 + \sqrt{3} + 2\sqrt{5} \quad \text{et} \quad P = (2 + \sqrt{3})(3 + 2\sqrt{5})$$

Donc les racines sont $2 + \sqrt{3}$ et $3 + 2\sqrt{5}$

Question 3

On sait que les racines d'une équation du second degré sont :

$$\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Donc leur produit :

$$\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

Question 4

Il faut trouver les racines de l'expression $7x^2 - 13x - 2$

Ce qui fait $\frac{13 \pm \sqrt{225}}{14} = -\frac{1}{7}$ ou 2 donc l'expression se factorise comme suit :

$$7x^2 - 13x - 2 = 7\left(x + \frac{1}{7}\right)(x - 2) = (7x + 1)(x - 2)$$

Question 5

1) $x + 2 = \frac{4}{x+2} + 3$ C.E : $x \neq -2$ je multiplie tout par $(x + 2)$ et cela donne

$$x^2 + 4x + 4 = 4 + 3x + 6 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 \Leftrightarrow (x + 3)(x - 2) = 0 \quad S = \{-3; 2\}$$

2) $\frac{2}{x+1} - \frac{3}{x+2} = 1$ C.E : $x \neq -1$ et $x \neq -2$ dénominateur commun $(x + 1)(x + 2)$

$$2x + 4 - 3x - 3 = x^2 + 3x + 2 \Leftrightarrow -x + 1 = x^2 + 3x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$\Delta = 16 - 4 = 9 \quad x_1 \text{ et } x_2 = \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{2} = -2 \pm \frac{\sqrt{3 \cdot 4}}{2} = -2 \pm \sqrt{3} \quad S = \{-2 - \sqrt{3}; -2 + \sqrt{3}\}$$

- 3) $\frac{x^2-2x+9}{3x^2+2x+4} = 2$ je regarde s'il y a des CE $3x^2 + 2x + 4 = 0$; $\Delta = 44$ donc le dénominateur ne sera jms égal à zéro, donc pas de CE $x^2 - 2x + 9 = 6x^2 + 4x + 8 \Leftrightarrow -5x^2 - 6x + 1 = 0$

$$\Delta = 36 + 20 = 56 \quad x = \frac{6 \pm 2\sqrt{14}}{-10} = \frac{-3 \pm \sqrt{14}}{5} \quad S = \left\{ \frac{-3 - \sqrt{14}}{5}; \frac{-3 + \sqrt{14}}{5} \right\}$$

- 4) $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$ CE : $x \neq -1$ et $x \neq 1$ $x^2 - x + x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow$

$$2x^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1 \text{ mais à écarter à cause des CE } S = \{ \}$$

- 5) $\frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x-3} = \frac{4}{x^2-4x+3} \Leftrightarrow \frac{(x-2)(x-3)+(x-1)(x-1)}{(x-1)(x-3)} = \frac{4}{(x-1)(x-3)}$ CE : $x \neq$

1 et $x \neq 3$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 + x^2 - 2x + 1 - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 3 = 0 \quad \Delta = 49 - 4.3.2 = 25$$

$$x_1 \text{ et } x_2 = \frac{7 \pm 5}{4} = \frac{2}{4} \text{ et } 3 \text{ mais est rejeté à cause des CE } S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$