Question 1

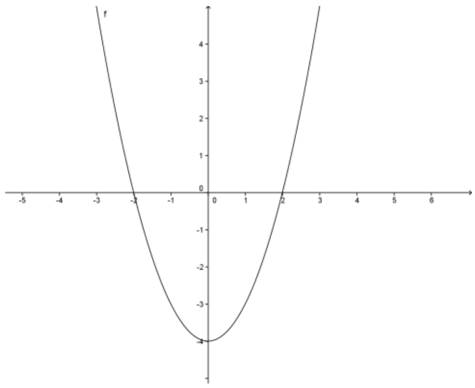
1. Quelles sont les valeurs que je dois mettre dans mon tableau de signe quand je résous une inéquation fractionnaire ? Explique en français et donne un exemple d'inéquation fractionnaire que tu résoudras.

Je dois mettre les racines du numérateur et les valeurs qui annulent le dénominateur.
Exemple : $\frac{x-3}{x+1} \leq 0$

x		-1		3	
x-3	-	-	-	0	+
x+1	-	0	+	+	+
Quotient	+	nd	-	0	+

$S = \ ]-1,3]$

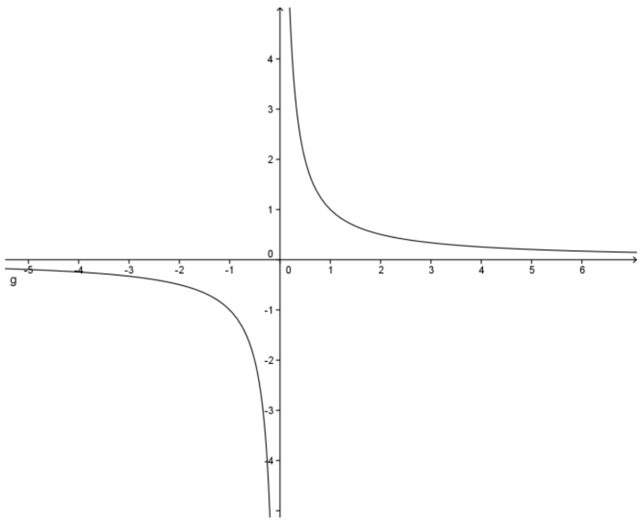
2. Quand une fonction paire admet une racine en -2 alors elle admet automatiquement une racine en 2. Vrai ou Faux. Explique ta réponse et fais un graphique.
   C'est vrai car comme il y a une symétrie par rapport à l'axe y, quand f(x)=f(-x) et donc f(2)=0=f(-2)



3. Dans l'équation suivante $(x-2)(x^2-10x+16)=0$, quelle est la solution la plus évidente à trouver ? Je vois déjà directement que « 2 » est solution de l'équation, car quand je remplace x dans le 1[er] facteur par 2 j'obtiens zéro (règle du produit nul)
   Est-ce la seule ? Explique pourquoi et calcule les éventuelles autres solutions.
   Non ce n'est pas la seule solution car le delta de l'autre facteur vaut 36 et les racines sont 2 et 8.
   Factorise ensuite le polynôme $(x-2)(x^2-10x+16)=(x-2)(x-2)(x-8)$

4. Combien de solutions admet l'équation suivante $x^3+16x=0$? Explique ta démarche en français.
   Il y a une solution x= 0, en effet pour résoudre je factorise $x(x^2+16)=0$ et donc x= 0 est solution car (x^2+16) =0 est impossible (somme de deux carrés non factorisable)

5. Invente une fonction dont le domaine de définition est R_0 et dont l'ensemble image est également R_0. Tu feras également un graphique (à main levée).
   f(x) = 1/x, en effet le domaine c'est l'ensemble des réels sauf 0 (1/0 n'existe pas) et l'ensemble image est tous les réels sauf 0 (en effet 1/x ne peut jamais être égal à zéro)



6. Invente une fonction qui a pour ensemble image $[-4; 4]$: f(x) = 4sinx

7. Invente une fonction ayant pour domaine de définition $R\setminus\{-2,2\}$: $f(x) = \frac{1}{(x-2)(x+2)}$

8. Invente une fonction ayant pour domaine de définition $]4;\ +\infty[$: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-4}}$

9. Invente une fonction ayant pour domaine de définition $]-\infty;\ 5[$: comme

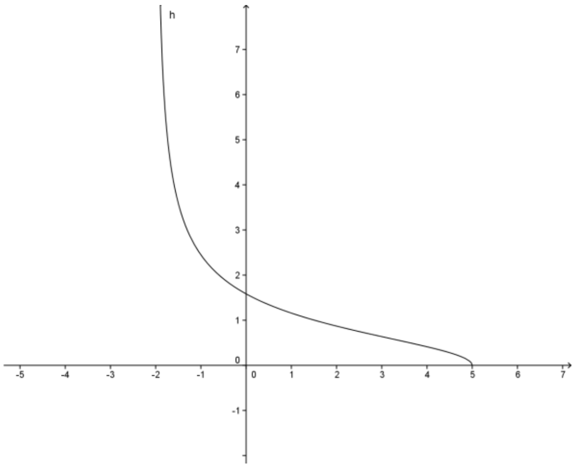
$x < 5 \Leftrightarrow\ x - 5 < 0\ \Leftrightarrow 5 - x > 0$ la fonction est (par exemple) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{5-x}}$

10. Invente une fonction ayant pour domaine de définition $]-2; 5]$ (un peu plus difficile)

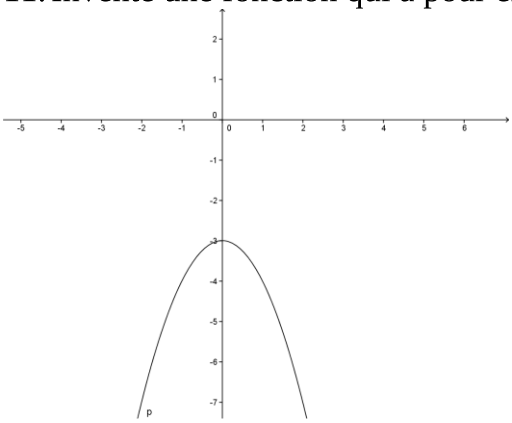
Je pars d'un TS et je pars du quotient…

x		-2		5	
x+2	-	0	+	+	+
-(x-5)	+	+	+	0	-
Quotient	-	nd	+	0	-

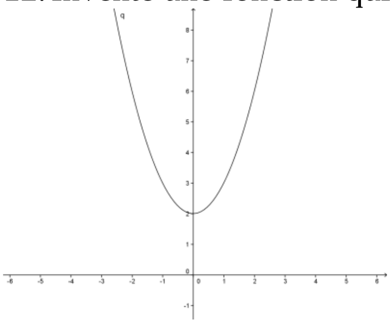
Donc par exemple $f(x) = \sqrt{\frac{5-x}{x+2}}$ et pour les sceptiques voici le graphique de cette fonction (il ne faut pas savoir la dessiner, c'est juste à titre d'information)



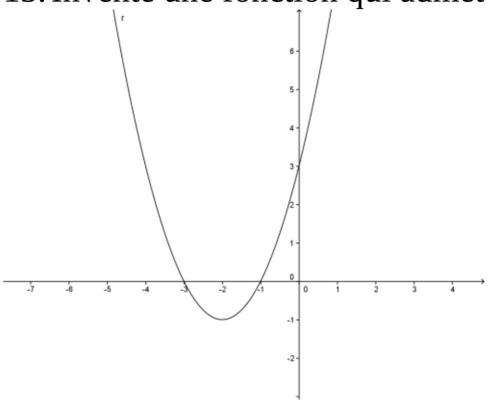
11. Invente une fonction qui a pour ensemble image $]-\infty;-3]$: $f(x) = -x^2 - 3$



12. Invente une fonction qui a pour ensemble image $[2;+\infty[$: $f(x) = x^2 + 2$

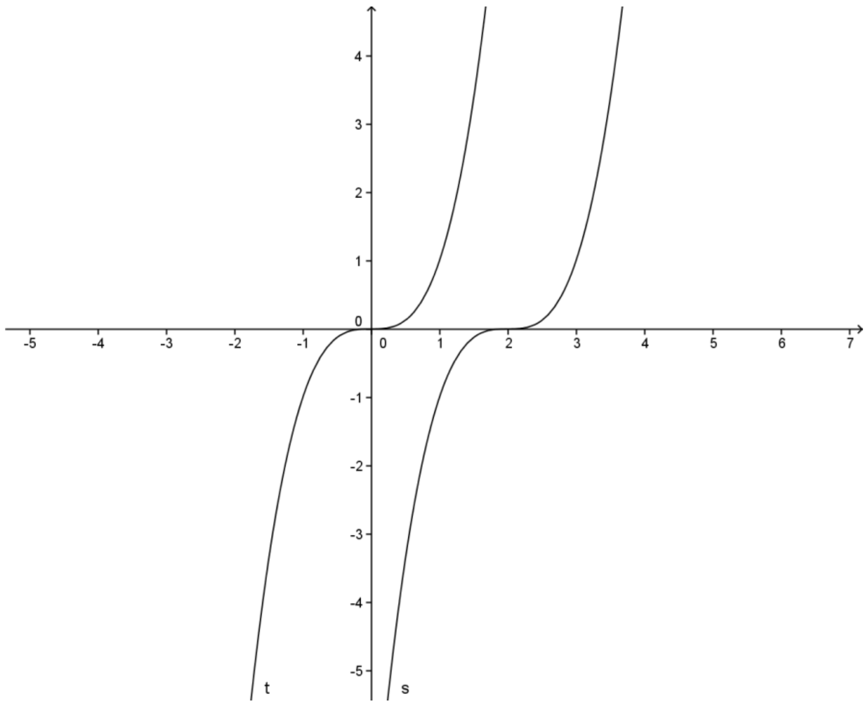


13. Invente une fonction qui admet -1 et -3 comme racines : $f(x) = (x+1)(x+3)$



14. La fonction $f(x) = (x-2)^2$ est une fonction paire. Vrai ou Faux. Explique algébriquement ta réponse. C'est faux car $f(x) = x^2 - 4x + 4 \quad et$
$f(-x) = x^2 + 4x + 4$. Ce qui est différent de f(x) (donc pas paire). Je peux aussi dire que comme je vois que c'est une parabole qui a subi une translation horizontale par rapport à la fonction x^2 de référence elle ne sera pas paire.

15. La fonction $f(x) = (x-2)^3$ est une fonction impaire. Vrai ou Faux. Explique au moyen d'un graphique (à main levée). C'est faux car ce sont seulement les fonctions du type $f(x) = kx^3$ (où k est un réel non nul) qui sont impaires. Ici, $f(x) = (x-2)^3$ c'est une fonction qui a subi une translation de 2unités vers la droite par rapport à la fonction de référence $f(x) = x^3$



16. Quelle est l'équation de l'axe de symétrie d'une fonction paire ?
L'équation de l'axe de symétrie est x= 0 (c'est l'axe y est sur tout cet axe y, x=0)

Question 2

A. Quelles sont les caractéristiques communes de ces deux fonctions (degré, domaine, parité, ensemble image, racines, axe de symétrie, concavité, extremum, intervalle de croissance et de décroissance). Indique-les.

Ce sont deux paraboles donc fonctions du second degré.
Le domaine est R
Elles sont paires (symétrie orthogonale d'axe y)
L'ensemble image est R^+

La racine est x=0
L'axe de symétrie est l'axe y
Elles ont une concavité positive
Elles ont un minimum quand x=0 et ce minimum a comme coordonnées (0,0)
Elles sont décroissantes sur $]-\infty, 0]$. Elles sont croissantes sur $[0, +\infty[$

B. Trouve ensuite les expressions algébriques de ces deux fonctions et explique ton raisonnement. Ce sont des fonctions du type $f(x) = ax^2 (avec\ a\ réel\ non\ nul\ positif)$ Le fonction g(x) passe par les points (-1 ;1) et (-2,4), on a donc $g(x) = x^2$. On voit par contre que la fonction f(x) est plus « resserrée » donc le « a » est plus grand que 1. Elle passe par (-1,2) et par (-2,8) et donc par rapport à la fonction de référence les ordonnées ont été multipliées par 2. Donc c'est la fonction $f(x) = 2x^2$

Question 3

A. Mets en deux couleurs différentes les 2 fonctions (en effet il y en a 2 sinon ce n'est pas une fonction mais $x^2 = y$)

	Fonction du « dessus »	Fonction « en-dessous »
Expression algébrique	$\boldsymbol{f(x) = \sqrt{x}}$	$f(x) = -\sqrt{x}$
Domaine	$\mathbf{R}^+$	$\mathbf{R}^+$
Parité	quelconque	quelconque
Ensemble image	$\mathbf{R}^+$ ***ou*** $[0, +\infty[$	R^- $]-\infty, 0]$
Racine(s)	x=0	x=0
Intervalle de croissance et/ou de décroissance	Croissante sur son domaine	Décroissante sur son domaine
f(0)	0	0

Question 4

r(x) : Translation horizontale de 2 unités vers la gauche. $r(x) = \sqrt{x+2}$
q(x) : Symétrie orthogonale d'axe y et translation verticale de 3 unités vers le haut : $q(x) = \sqrt{-x} + 3$

	r(x)	q(x)
Expression algébrique	$r(x) = \sqrt{x+2}$	$q(x) = \sqrt{-x} + 3$
Domaine	$x + 2 \geq 0\ donc\ x \geq -2$ $dom f\ :\ [-2, +\infty[$	$-x \geq 0\ donc\ x \leq 0$ $dom f\ :\ ]-\infty, 0]$ ou $\mathbf{R}^{-}$
Parité	Quelconque	Quelconque
Ensemble image	$[0, +\infty[$	$[3, +\infty[$
Racine(s)	-2	Pas de racines
Intervalle de croissance et/ou de décroissance	Croissante sur son domaine	Décroissante sur son domaine
f(0)	$\sqrt{2}$ (=ordonnée à l'origine)	3 (=ordonnée à l'origine)

Question 5

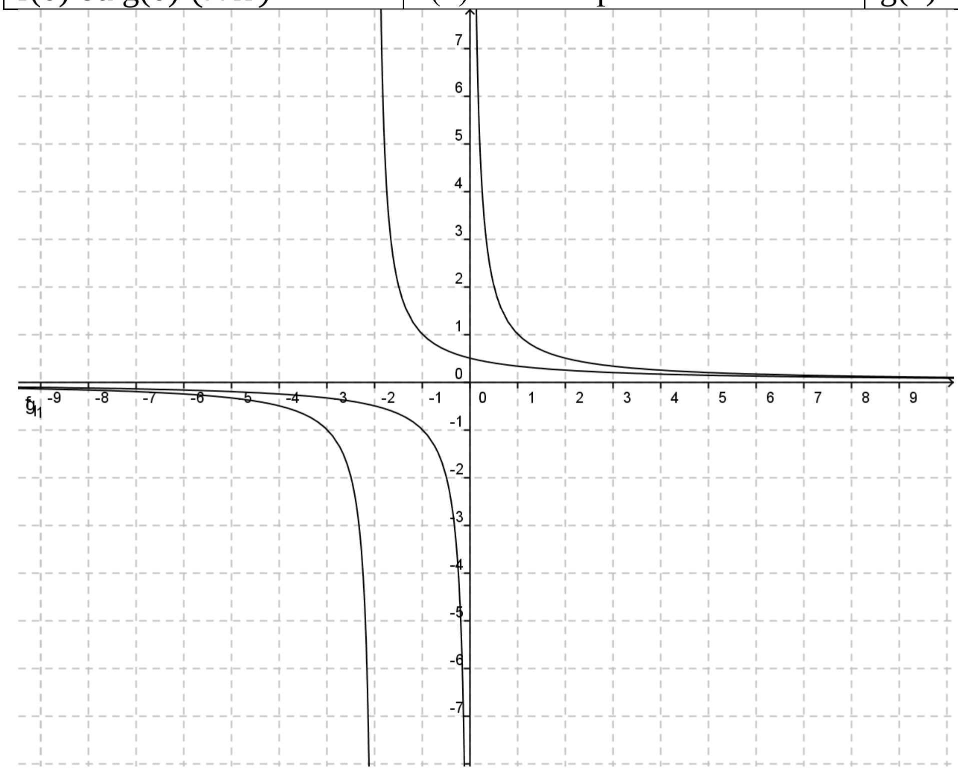
A. Retrouve ci-dessous la fonction de référence (r(x)) et indique (en français) les manipulations graphiques qui ont été faites pour arriver à l'autre fonction (g(x)) également ci-dessous.

r(x) : je vois qu'il y a 2 hyperboles dont une qui a une asymptotes verticales en x=0 c'est donc la fonction $r(x) = \frac{1}{x}$

g(x) : L'autre hyperbole a subit une translation horizontale de 2 unités vers la gauche (car asymptote verticale en x= - 2 et donc $g(x) = r(x+2) = \frac{1}{x+2}$

B. Pour chacune des deux fonctions remplis ensuite le tableau suivant.

	r(x)	g(x)
Expression algébrique	$r(x) = \frac{1}{x}$	$g(x) = \frac{1}{x+2}$
Domaine (sur X)	R_0	$R/\{-2\}$
Parité	Impaire car symétrie de centre 0	Quelconque car aucune symétrie
Ensemble image (sur Y)	R_0, aucun réel n'a zéro comme image (1/x=0 est une équation impossible)	R_0, aucun réel n'a zéro comme image
Racine(s) ($\cap Y$)	aucune	aucune
Intervalle de croissance et/ou de décroissance (sur X)	La fonction est décroissante sur $]-\infty; 0[\cup]0, +\infty[$	La fonction est croissante sur $]-\infty; -2[\cup]-2, +\infty[$
r(0) ou g(0) ($\cap X$)	r(0) n'existe pas	g(0)=1/2



Question 6

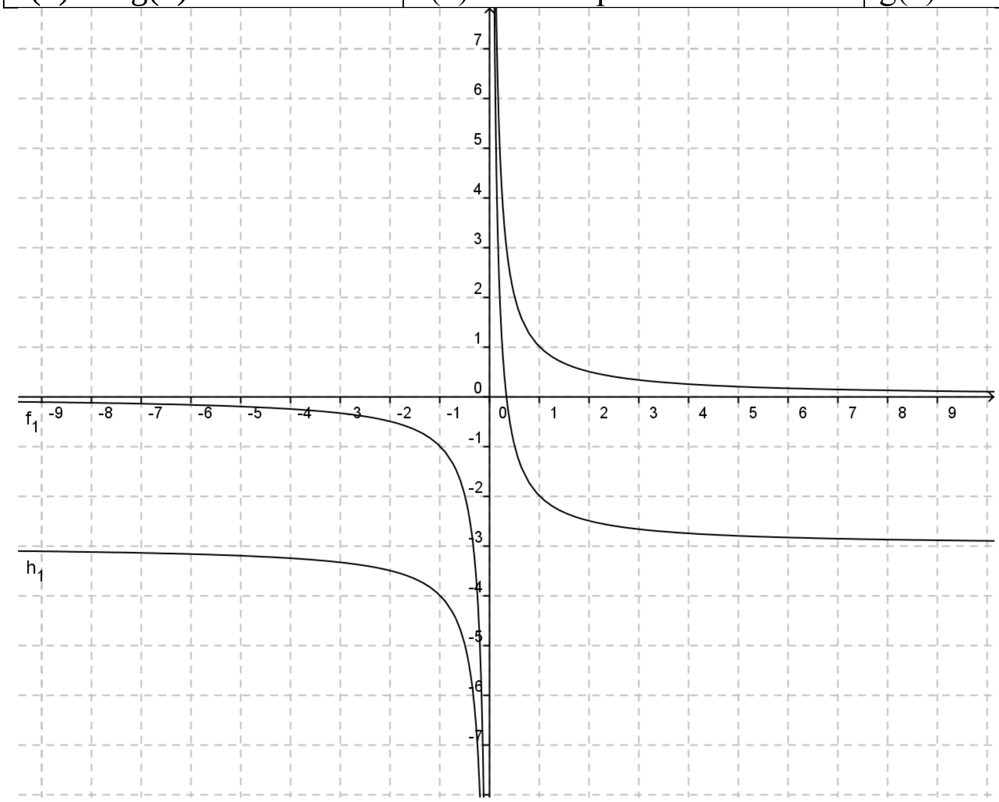
A. Retrouve ci-dessous la fonction de référence (r(x)) et indique (en français) les manipulations graphiques qui ont été faites pour arriver à l'autre fonction (g(x)) également ci-dessous.

r(x) : je vois qu'il y a 2 hyperboles dont une qui a une asymptotes verticales en x=0 c'est donc la fonction $r(x) = \frac{1}{x}$

g(x) : L'autre hyperbole a subit une translation verticale de 3 unités vers le bas (car asymptote horizontale en y = - 3) et donc $g(x) = r(x) - 3 = \frac{1}{x} - 3$

B. Pour chacune des deux fonctions remplis ensuite le tableau suivant.

	r(x)	g(x)
Expression algébrique	$r(x) = \frac{1}{x}$	$g(x) = \frac{1}{x} - 3$
Domaine	R_0	R_0
Parité	Impaire car symétrie de centre 0	Quelconque
Ensemble image	R_0, aucun réel n'a zéro comme image	$R/\{-3\}$
Racine(s)	aucune	1/x-3=0 donc x=1/3
Intervalle de croissance et/ou de décroissance	La fonction est décroissante sur $]-\infty; 0[\cup]0, +\infty[$	La fonction est décroissante sur $]-\infty; 0[\cup]0, +\infty[$
r(0) ou g(x)	r(0) n'existe pas	g(0) n'existe pas



Question 7

a) Quel est le domaine de définition des fonctions suivantes ?
b) Quel est l'image de 1 par les fonctions suivantes ? Explique ta réponse.
c) Quelles sont les racines des fonctions suivantes ?

$f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x - 6}$

a) CE: $-x^2 + 5x - 6 \geq 0$ Les racines dans TS sont 3 et 2

x		2		3	
$-x^2 + 5x - 6$	-	0	+	0	-

Domf : $[2; 3]$

b) $f(1) = \sqrt{-(1)^2 + 5.1 - 6} = \sqrt{-2}$ ce qui est impossible, en effet 1 est en dehors du domaine. Donc 1 n'a pas d'image.

c) Les racines sont 2 et 3.

$g(x) = \dfrac{\sqrt{-x-2}}{-x^3 - 3x^2}$

a) $CE1 = -x - 2 \geq 0 \quad \Leftrightarrow -x \geq 2 \Leftrightarrow x \leq -2$

$CE2: -x^3 - 3x^2 \neq 0\ donc\ x^2(-x-3) \neq 0\ donc\ x \neq 0\ et\ x \neq -3$

En réunissant les deux CE sur une droite de réels nous avons

Domg = $]-\infty; -3[\ \cup\ ]-3, -2]$

b) $g(1) = \frac{\sqrt{-1-2}}{-(-1)^3 - 3(-1)^2} = \frac{\sqrt{-3}}{inutile\ de\ calculer\ le\ dénominateur\ldots}$ le réel 1 n'a pas d'image, normal car exclu du domaine.

c) $\sqrt{-x-2} = 0 \Leftrightarrow -x - 2 = 0 \Leftrightarrow -x = 2 \Leftrightarrow x = -2$

$h(x) = \dfrac{x(x-2)}{\sqrt{-x}}$

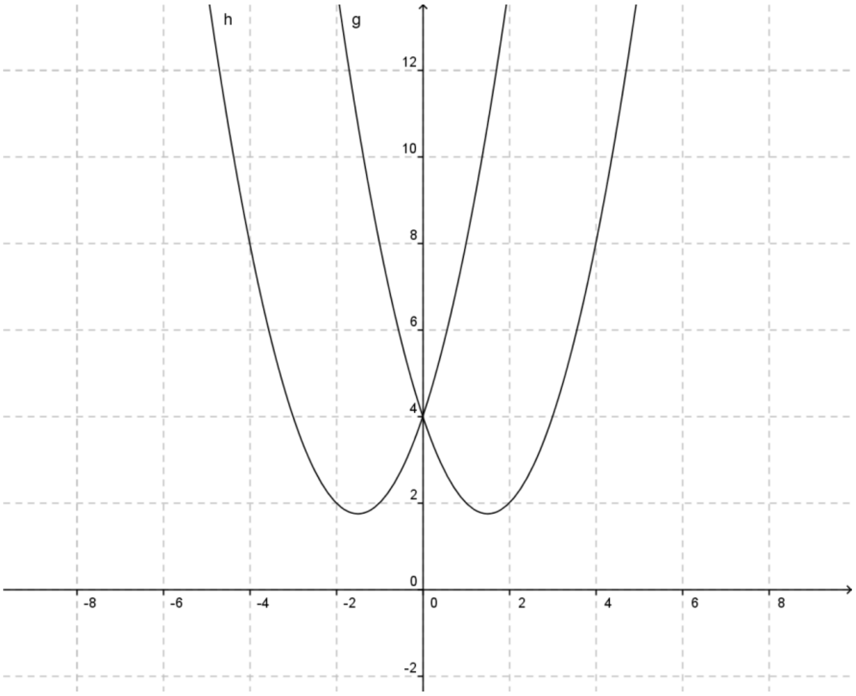
a) CE : $-\mathrm{x} > 0 \quad \Leftrightarrow \mathrm{x} < 0$ domh : R_0^-

b) h(1) impossible car 1 est exclu du domaine, donc le réel 1 n'a pas d'image.

c) x(x-2)=0 donc x= 0 (à rejeter voir CE) et x=2 (à rejeter voir CE), donc pas de racines

Question 8

Si la fonction g(x) a pour expression analytique $g(x) = x^2 - 3x + 4,$ retrouve l'expression analytique de h(x) et explique ton raisonnement.
Je vois qu'il y a eu une symétrie orthogonale d'axe Y, ce qui signifie que h(x)= g(-x) et donc l'expression algébrique est : $h(x) = g(-x) = x^2 + 3x + 4$



Question 9

Si la fonction g(x) a pour expression analytique $g(x) = x^2 - 3x + 4,$ retrouve l'expression analytique de q(x) et explique ton raisonnement.
Je vois qu'il y a eu une symétrie orthogonale d'axe X, ce qui signifie que q(x)= - g(x) et donc l'expression algébrique est : $q(x) = -g(x) = -x^2 + 3x - 4$