Correctif révisions de 4ème: Les fonctions

Théorie

1. Qu'est-ce qu'une fonction paire ? Une fonction est paire si quelles que soient les valeurs opposées choisies, on obtient la même image. Autrement dit : si f(-x) = f(x)
   Donne un exemple de fonction paire ? $y = x^2$
   Quelle est la caractéristique du graphique d'une fonction paire ? Les fonctions paires sont symétriques par rapport à l'axe des Y.

2. Qu'est-ce qu'une fonction impaire ? Une fonction est impaire si quelles que soient les valeurs opposées choisies, on obtient des images opposées. Autrement dit : si f(-x) = - f(x)
   Donne un exemple de fonction impaire ? $y = x^3$
   Quelle est la caractéristique du graphique d'une fonction impaire ? Les fonctions impaires ont le point (0 ;0) comme centre de symétrie.

3. Par quelles manipulations peut-on passer de la fonction $f(x) = 5x^3 - 7x^2 + 7$ à la fonction $g(x) = -5(x-1)^3 + 7(x-1)^2 - 3$? Indique clairement, en français, les différentes transformations successives. Attention aussi à l'ordre des transformations.
   Partant de f(x) on fait une symétrie par rapport à l'axe des X pour obtenir la fonction - f $(x) = -5x^3 + 7x^2 - 7$
   On fait ensuite une translation de 1 unité vers la droite : on obtient - f $-f(x-1) = -5(x-1)^3 + 7(x-1)^2 - 7$
   On fait ensuite une translation de 4 unités vers le haut, pour passer de -7 à -3 (on a fait +4).

Exercice 1

On donne la fonction $f(x) = \frac{1-x}{2x-1}$

Recherche :

a) Les conditions d'existence : $2x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2}$

b) Le domaine de cette fonction : $domf = R \backslash \left\{\frac{1}{2}\right\}$

c) Ses éventuelles racines : $1 - x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

d) L'image de 5 : on calcule : $f(5) = \frac{1-5}{2.5-1} = -\frac{4}{9}$

e) Sa parité éventuelle : $f(-x) = \frac{1+x}{-2x-1}$, ce résultat n'es ni égal à la fonction (donc elle n'est pas paire), ni égal son opposé (donc elle n'est pas impaire).

f) Le nombre qui a comme image -1/3 : il faut résoudre l'équation : $\frac{1-x}{2x-1} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow 1 - x =$

$-\frac{1}{3}(2x-1) \Leftrightarrow 1-x=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3} \Leftrightarrow 1-\frac{1}{3}=-\frac{2}{3}x+x \Leftrightarrow \frac{2}{3}=\frac{1}{3}x \Leftrightarrow x=2$

g) Ce que deviendrait l'expression analytique de cette fonction si l'on faisait :
   1. Une symétrie d'axe X : $-f(x)=\frac{x-1}{2x-1}$
   2. Une translation de 3 unités vers la gauche : $f(x+3)=\frac{1-(x+3)}{2(x+3)-1}=\frac{-x-2}{2x+5}$

Exercice 2 :

On donne la fonction $f(x)=\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}$

Recherche :

a) Les conditions d'existence : $x^2-4 \neq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2 \; et \; x \neq 2$

b) Le domaine de cette fonction : $domf = R\backslash\{-2;2\}$

Ses éventuelles racines : On résout
$x^2-5x+6=0 \quad par\ la\ méthode\ somme\ et\ produit \quad x_1.x_2=\frac{c}{a}=6 \quad et \quad x_1+x_2=-\frac{b}{a}=5 \quad x_1=2 \quad et \quad x_2=3 \quad mais\ la\ racine\ 2\ est\ à\ rejeter\ au\ vu\ des\ CE$

c) L'image de 5 : on calcule $f(5)=\frac{25-25+6}{25-4}=\frac{6}{21}$

d) Sa parité éventuelle : $f(-x)=\frac{x^2+5x+6}{x^2-4}$ ce résultat n'es ni égal à la fonction (donc elle n'est pas paire), ni égal son opposé (donc elle n'est pas impaire).

e) Le nombre qui a comme image 1 : il faut résoudre l'équation $\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}=1 \Leftrightarrow x^2-5x+6=x^2-4 \Leftrightarrow -5x=-10 \Leftrightarrow x=2$ mais cette solution est à rejeter au vu des CE, il n'y a donc aucun nombre dont l'image est – 1.

f) Ce que deviendrait l'expression analytique de cette fonction si l'on faisait :
   1) Une symétrie d'axe Y : $f(-x)=\frac{x^2+5x+6}{x^2-4}$
   2) Une translation de 2 unités vers la droite : $f(x-2)=\frac{(x-2)^2+5(x-2)+6}{(x-2)^2-4}=\frac{x^2-4x+4+5x-10+6}{x^2-4x+4-4}=\frac{x^2+x}{x^2+4x}=\frac{x+1}{x+4}$