GYMNASE DE BURIER

Géométrie vectorielle

Chapitre 1 - Les vecteurs

Sarah Dégallier Rochat

1. La notion de vecteur

Définition 1.1 On appelle vecteur l'ensemble de toutes les flèches qui définissent la même translation.

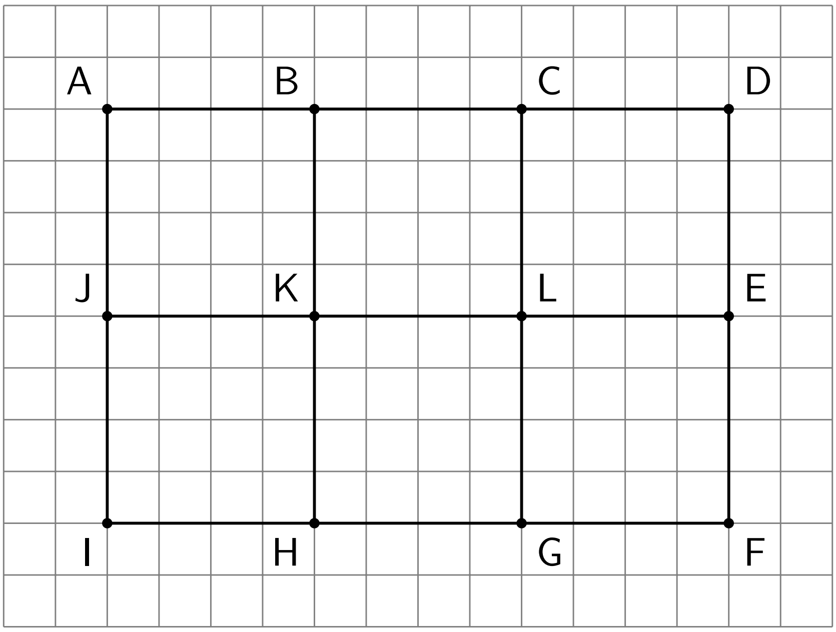
Un vecteur se caractérise par

- sa direction
- son sens
- sa longueur, appelée norme

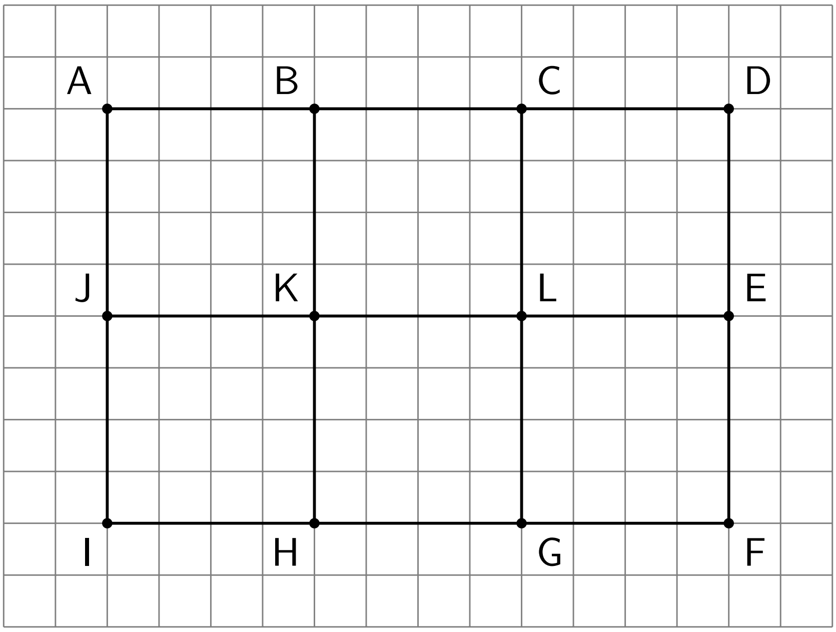
Notation 1.1

- $\overrightarrow{AB}$: le vecteur de A à B
- $||\overrightarrow{AB}||$: la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$

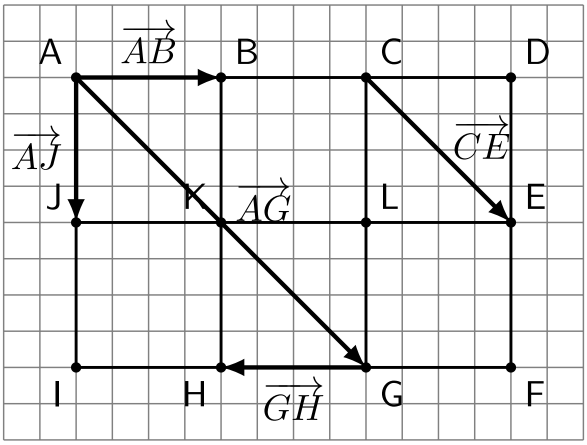
Exemple 1.1 Donner toutes les flèches représentant le vecteur $\overrightarrow{AC}$



Exercice 1.1 Donner toutes les flèches représentant le vecteur $\overrightarrow{BI}$

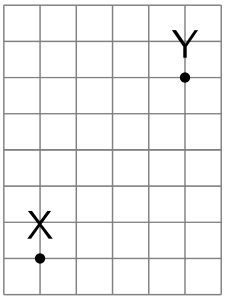


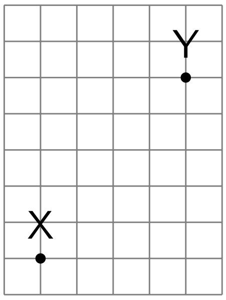
Définition 1.2 Deux vecteurs qui ont la même direction sont dits colinéaires.



Remarque 1.1

1. $\overrightarrow{UV} = \overrightarrow{O} \Leftrightarrow U = V$
2. $-\overrightarrow{XY} = \overrightarrow{YX}$

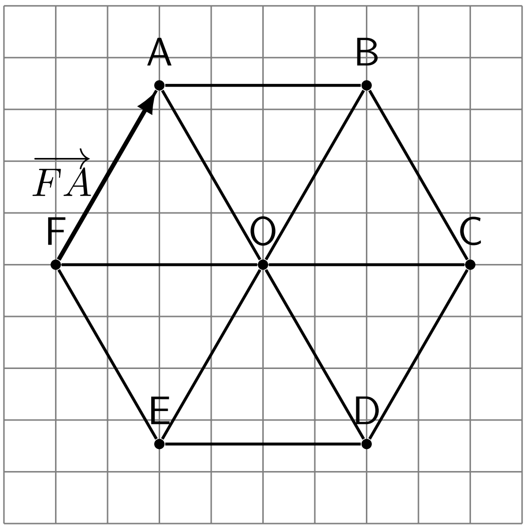




Exercice 1.3 Soit le vecteur $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{FA}$.

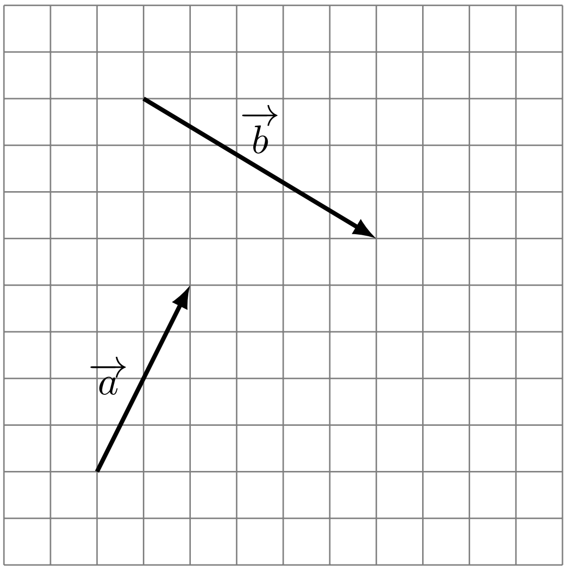
1. Donner toutes les flèches représentant $\overrightarrow{v}$:

2. Donner tous les vecteurs colinéaires à $\overrightarrow{v}$:



2. L'addition de vecteurs

L'addition est simplement la composition des translations.



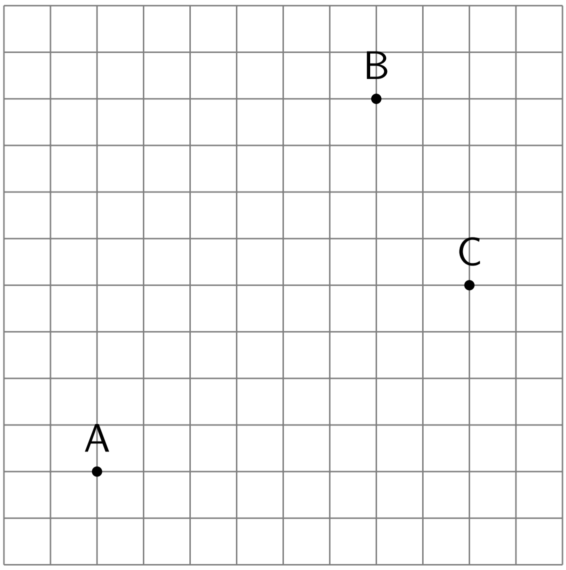
Propriété 2.1

Commutativité de l'addition

$$\boxed{\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}}$$

Inégalité triangulaire

$$\boxed{||\overrightarrow{a}|| + ||\overrightarrow{b}|| \geq ||\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}||}$$



Première relation de Chasles

$$\boxed{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}}$$

Exemple 2.1 Réduire le vecteur suivant au maximum

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$$

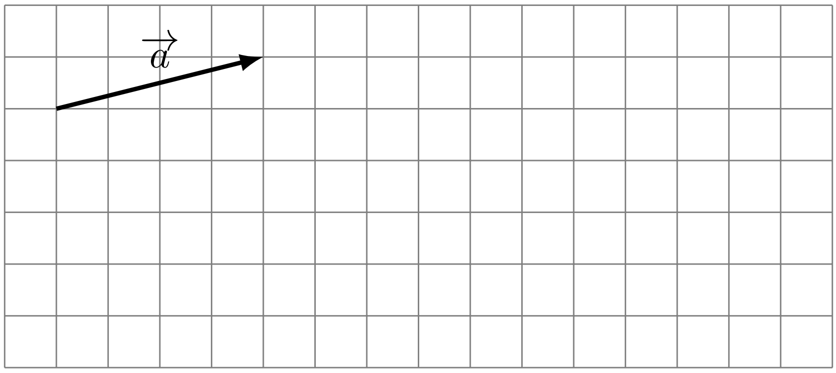
Exercice 2.1 Réduire les vecteurs suivants

1. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{BD}$

2. $\overrightarrow{BC}$ - $\overrightarrow{DE}$ - $\overrightarrow{BD}$

3. La multiplication d'un vecteur par un scalaire

Définition 3.1 On appelle scalaire un nombre qui multiplie un vecteur.



Remarque 3.1

Pour tout scalaire k , les vecteurs $\vec{a}$ et $k\vec{a}$ ont la même direction. Ils sont donc colinéaires.

Si k est négatif, $\vec{a}$ et $k\vec{a}$ sont de sens contraire.

Vocabulaire 3.1

Si, par exemple, on a

$$\vec{a} = 4\vec{u} + 3\vec{v} - 5\vec{w},$$

on dit que $\vec{a}$ est une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

Dans ce cas, on dit que $\vec{a}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont linéairement dépendants.